贷款总金额为A，月利率为R，贷款期限为N，每期需还款总额（包括本金和利息）为X。

第一期还款后，欠款总金额为$Q\_{1}$

$$Q\_{1}=A(1+R)-X$$

第二期还款后，欠款总金额为$Q\_{2}$

$$Q\_{2}=Q\_{1}(1+R)-X$$

$$ =[A(1+R)-X](1+R)-X$$

$$ =A(1+R)^{2}-X(1+R)-X$$

$$ =A(1+R)^{2}-X[1+(1+R)]$$

第三期还款后，欠款总金额为$Q\_{3}$

$Q\_{3 }=Q\_{2}(1+R)-X$

$$ =｛A(1+R)^{2}-X[1+(1+R)]｝(1+R)-X$$

 $ =A(1+R)^{3}-X[(1+R)+(1+R)^{2}]-X$

$$ =A(1+R)^{3}-X[1+(1+R)+(1+R)^{2}]$$

由此可得，第k期还款后，欠款总金额为$Q\_{k}$

$$Q\_{k}=Q\_{k-1}(1+R)-X$$

$$ =A(1+R)^{k}-X[1+(1+R)+(1+R)^{2}+…+(1+R)^{k-1}]$$

$1+(1+R)+(1+R)^{2}+…+(1+R)^{k-1}$为等比数列

$a\_{1}=$1,公比$q=(1+R)$

等比数列求和公式： $S\_{n}=\frac{a\_{1}(1-q^{n})}{1-q} (q\ne 1)$

代入值得 $S\_{n}=\frac{1-(1+R)^{k}}{1-(1+R)}$

继续

$$Q\_{k}=A(1+R)^{k}-X∙S\_{n}$$

 $ =A(1+R)^{k}-X∙\frac{1-(1+R)^{k}}{1-(1+R)}$

设当第k期时，还款额为0，$Q\_{k}=0$，

即最后一期，贷款全部还完，则

 $A(1+R)^{k}-X∙\frac{1-\left(1+R\right)^{k}}{1-\left(1+R\right)}=0$

化简一下

$X∙\frac{1-\left(1+R\right)^{k}}{1-\left(1+R\right)}=X∙\frac{1-\left(1+R\right)^{k}}{1-1-R}=X∙\frac{1-\left(1+R\right)^{k}}{-R}=X∙\frac{\left(1+R\right)^{k}-1}{R}$

$A(1+R)^{k}= X∙\frac{\left(1+R\right)^{k}-1}{R}$

$$X=A∙\frac{R\left(1+R\right)^{k}}{(1+R)^{k}-1}$$

$$把k换成n，即：X=A∙\frac{R\left(1+R\right)^{n}}{\left(1+R\right)^{n}-1} $$

$$每月还款额=贷款金额×\frac{月利率×(1+月利率)^{还款月数}}{(1+月利率)^{还款月数}-1} $$

$$每月还款利息=剩余本金×月利率$$

$$每月还款本金=每月还款额-每月还款利息 $$